

The physics of dust coagulation and the structure of dust aggregates in space

Dominik, C. and Tielens, A.G.G.M., 1997, ApJ 480, 647-673

本論文の構成：

- 前半 (2 章) : 2 つの弾性球間の相互作用モデルのまとめとエネルギーの比較。
 - Chokshi et al. (1993) = Paper I :
 - 法線方向の圧縮・引張のモデル。
 - 引き剥がしに要する (散逸する) エネルギー。衝突時に生じる音波の (散逸) エネルギー
 - ↑
 - 表面エネルギーによる付着力を考慮した弾性接触理論 (JKR 理論)
 - Dominik and Tielens (1995) = Paper II :
 - 回転 (rolling) に対する抵抗モデル。
 - 回転に要する (散逸する) エネルギー。
 - ↑
 - JKR 理論 + 接触面の原子の付着・分離によって生じる非対称圧力分布
 - Dominik and Tielens (1996) = Paper III :
 - 滑り (sliding) に対する抵抗 (摩擦) モデル。
 - よじれ (twisting) に対する抵抗モデル。
 - 滑り・よじれに要する (散逸する) エネルギー。
 - ↑
 - 原子レベルの表面粗さによる抵抗、および滑り面の原子のエネルギー散逸。
 - 後半 (3 章・4 章) : グレイニアグリゲイトの衝突の 2D 数値計算。結果と議論。
 - 粒子間自由度 : 3 つ (法線 1 + 回転 1 + 滑り 1)
 - パラメーター : 粒子の物性、サイズ、衝突速度、初期クラスターの構造。
 - * 物性 : Quartz, Polystyrene, Graphite, Iron, Ice
 - * サイズ (半径) : $100\text{\AA} - 1000\text{\AA} (=0.1\mu\text{m})$
 - * 構造 : Cluster(40 個) - Small Monomer, Cluster - Large Monomer, Cluster - Cluster, Cluster with size distribution - Monomer, Core-Mantle Cluster - Monomer
 - * 衝突速度 : 10 cm/s - 1 km/s
 - ↓
- アグリゲイトの合体・圧縮・破壊を衝突条件 (エネルギー、構造) によって整理

1 Introduction

サブミクロンサイズのダストの凝集 (coagulation) in 天文学

- ・星間塵の凝集・分裂 (1000Å-100Å)
- ・原始太陽系星雲中で凝縮したサブミクロンサイズダストが成長・ダスト円盤へ沈殿 → km-サイズの微惑星へ
- ・コンドリュールのダストリム、惑星間塵の微細構造
- ・彗星の緩い凝着 (loose agglomerated) 構造
- ・系外惑星系：T Tauri stars の周辺に大きな粒子の存在 (ミリ波観測)、 β Pic における微惑星の構造と安定性 (赤外観測)

アグリゲイトの構造は重要

- ・質量サイズ分布、フラクタル次元、空隙率
⇒ ガス抵抗を決める = 成長・沈殿過程に重要
- ・光学的性質にも関わる (e.g, Kozasa, Blum and Mukai 1992)
 - BPCA : フラクタル次元 ≈ 3 for 1000 粒子 (Ossenkopf 1993) ⇒ compact, ガスとカップリングしない
 - BCCA : フラクタル次元 ≤ 2 ⇒ ガスとカップリング

粒子クラスターの構造モデルのこれまでの研究 (→ 物理的根拠なし)

基本：1 粒子あるいはクラスターをランダムに当て、当たったところにくっつけていく。(Wright 1987; Meakin & Donn 1988; Ossenkopf 1993)

(Meakin & Donn(1988) や Richardson(1995) では 3 点で接触するまで回転移動。)

最近、ナノスケールでの直接観測が出来るようになってきた。またコンピューターの発達により、原子間相互作用を直接計算できるようになってきた。

↓

弾性体の接触理論 (JKR 理論 : Johnson, Kendall, & Roberts 1971) が微小粒子の凝集を理解するモデルとして妥当であることが判明。

著者らは JKR 理論をもちいて微小粒子間相互作用を記述する簡単な理論的モデルを開発してきた (Chokshi, Tielens, & Hollenbach 1993; Dominik & Tielens 1995, 1996)

↓

これらを用いて、衝突合体で成長するアグリゲイトの構造 (質量サイズ分布、フラクタル構造、空隙率) を明らかにできるだろう。

2 章：2 つのダスト粒子間接触の物理。各素過程による散逸エネルギーを通して付着・構造変化 (restructuring) を議論

3章：particle-cluster および cluster-cluster の数値計算。

4章：数値計算の結果から、衝突条件で整理した粒子凝集の‘recipe’を作成。これを元に宇宙空間での衝突凝着について議論。

2 Physics of the contact between two dust grains

- 連続弾性体として扱えるような小さい応力が粒子間に働く場合を扱う。
(大きな応力では塑性変形や衝撃波を生じる → Chokshi et al.(1993), Tielens et al.(1994), Jones et al.(1996))
- 付着力：ファンデルワールス力、双極子-双極子相互作用、金属結合、帯電、etc...
- 付着力があるときの粒子の弾性接触 接触平面をつくる (JKR 理論)

接触面の様子：Fig.1

半径 R_1, R_2 、ヤング率 E_1, E_2 、ポアソン比 ν_1, ν_2 の2つの弾性球が表面エネルギー γ で表現される付着力で接触し、外力なしで釣り合っているときの接触面半径は

$$a_0 = \left(\frac{9\pi\gamma R^2}{E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

ここで、 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$ 。

また、 $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - 2\gamma_{12}$ で、同じ物質なら $\gamma_1 = \gamma_2$, $\gamma_{12} = 0$ (← ??¹)

- 接触している2球間の運動の自由度は6：Fig.2

vertical × 1, rolling × 2, sliding × 2, spinning × 1

- 外力が小さいと ... 弾性的に振る舞い、エネルギー散逸なし。
- 外力が大きいと ... 接触面の破壊（不可逆過程）によってエネルギー散逸。分離・回転・滑りが生じる。

¹接触している2媒質の単位面積を無限に引き離すのに必要な自由エネルギーを W_{12} とし、それぞれの媒質の表面エネルギー（媒質の表面積が単位面積だけ増加するときの自由エネルギーの変化）を γ_1, γ_2 、また界面エネルギー（接触している界面の面積を単位面積だけ拡張するときの自由エネルギーの変化）を γ_{12} とすると

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}W_{11}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{2}W_{22}, \quad \gamma_{12} = \frac{1}{2}W_{11} + \frac{1}{2}W_{22} - W_{12} = \gamma_1 + \gamma_2 - W_{12}$$

分散力（中性分子間のファンデルワールス力）のみが寄与している時は近似的に

$$W_{12} \approx \sqrt{W_{11}^d W_{22}^d} \approx 2\sqrt{\gamma_1^d \gamma_2^d}.$$

よって

$$\gamma_{12} \approx \gamma_1 + \gamma_2 - 2\sqrt{\gamma_1^d \gamma_2^d}.$$

媒質1と2が同じで $\gamma_1^d = \gamma_1 = \gamma_2^d = \gamma_2 = \gamma$ だとすると

$$W_{12} \approx 2\gamma, \quad \gamma_{12} = 0.$$

式(1)は接触面のエネルギーを

$$U_S = -\pi a^2 W_{12} = -2\pi a^2 \gamma$$

として導出されるので、論文中の γ の定義は変な気がする...

2.1 The vertical degree of freedom

~ Chokshi et al. (1993) = Paper I ~

[Fig. 2a]

- JKR 理論による正面接触・衝突 ← 静的平衡解 (static solution)

「衝突接触時間 \gg 音速が伝わる時間」なので準静近似解として扱える。

2 球が接触して平衡に達している時、接触面半径 a は加えている外力 (または 2 球間に働く力) を F として

$$a = \left[\frac{3R}{4E^*} \left\{ F + 6\pi\gamma R + \sqrt{12\pi\gamma R F + (6\pi\gamma R)^2} \right\} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (2)$$

また、引っ張る力が

$$F_c = 3\pi\gamma R \quad (3)$$

になると、2 球は分離する (し始める)。このとき 2 球間に出来ていたネック (離れようとするときは粒子の中心間距離 $> R_1 + R_2$ となっている) が切れ、蓄えられていた弾性エネルギーは弾性波になってやがて散逸する。

- E_{JKRS} : 他にエネルギー散逸機構がない場合に衝突で跳ね返るに必要な最低エネルギー。

$$E_{JKRS} = 0.09 \times F_c \delta_c \quad (4)$$

$$= 0.09 \times 24.07 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}} = 2.17 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}}. \quad (5)$$

- E_{stick} : 衝突の際音波の励起で散逸するエネルギー² を考慮した場合に、跳ね返るのに必要な最低エネルギー。これ以下のエネルギーで衝突した場合付着する。

$$E_{stick} = 0.4 (or 0.4 + 0.09 ?) \times F_c \delta_c \quad (6)$$

$$= 0.4 \times 24.07 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}} = 9.6 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}}. \quad (7)$$

- E_{break} : 平衡状態で接触している 2 球を引き剥がすのに必要なエネルギー。ポテンシャルエネルギーと音波で散逸するエネルギーの和。

$$E_{break} = 1.8 (or 1.54 + 0.4 ?) \times F_c \delta_c = 1.8 \times 24.07 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}} = 43 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{*\frac{2}{3}}}. \quad (8)$$

²Chokshi et al.(1993) によると、 F を強制力とする振動子

$$\ddot{\phi}_n + \omega_n^2 \phi_n = F/a_n, \quad \omega_n = \frac{2\pi c}{\lambda_n} = \frac{2\pi c \sqrt{n(n+1)}}{2\pi R}$$

を考え、振動数ごとにそのエネルギーを数値計算し、音波エネルギーとして散逸するエネルギー U_{lost} を求めた。その結果、

$$\begin{cases} U_K \lesssim F_c \delta_c & \implies U_{lost} \approx 0.4 F_c \delta_c \\ U_K \gg F_c \delta_c & \implies \frac{U_{lost}}{U_K} \propto \sqrt{U_K} \end{cases}$$

$E_{\text{break}} \approx 4.5 (?) \times E_{\text{stick}}$ となり、引き剥がすエネルギーはかなり大きい。
 E_{break} と E_{stick} を R に対してプロット → Fig.4a

付着するための衝突速度の上限値 v_{stick} は換算質量 μ と E_{stick} を用いて

$$v_{\text{stick}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} E_{\text{stick}}} \quad (9)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m_1/2} \times 0.4 F_c \delta_c} = 1.07 \frac{\gamma^{5/6}}{E^{*1/3} R^{5/6} \rho^{1/2}} \quad (\leftarrow \text{同一球として。}\rho \text{ は密度。}) \quad (10)$$

2.2 The tangential degree of freedom

rolling, sliding, twisting

2.2.1 Rolling

~ Dominik and Tielens (1995) = Paper II ~

[Fig. 2b]

回転抵抗 (摩擦):

- サイズが大きいと...microslip at the interface, inelastic or viscoelastic deformation, large surface irregularity, etc...
- サブミクロンだと...接触面における原子スケールの付着・分離が重要

↓

接触面前縁で付着・後縁で分離: 接触面に非対称圧力分布 回転と逆向きトルク

$$M = -4F_c \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3/2} \xi \quad (11)$$

ξ は接触面中心と接触点とのずれ距離。

- 平衡点を中心にバネのような役割を果たす。
- critical shift ξ_{crit} を超えると接触面が動いて (リセットされ)、エネルギーが散逸する。このとき (転がり始めるのに) 必要なトルクは

$$M_{y,\text{crit}} = 4F_c \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3/2} \xi_{\text{crit}} \quad (12)$$

($(a/a_0)^{3/2}$ は 1 程度なので以後の解析では省く。)

転がり始めるのに必要 (= 散逸する) エネルギーは

$$e_{\text{roll}} = \frac{|M_y(\xi_{\text{crit}})|}{R_1} \xi_{\text{crit}} = 2F_c \frac{\xi_{\text{crit}}^2}{R} \quad (13)$$

$$= 6\pi\gamma \xi_{\text{crit}}^2 \quad (14)$$

e_{roll} は粒子サイズ R に依らない。

ξ として原子スケール程度の移動を考えるから、 $\xi_{\text{crit}} \sim 1\text{\AA}$

e_{roll} が ξ_{crit} 転がるのに必要なエネルギーであるのに対して、目に見えて粒子配置が変わるような距離を転がるエネルギーとして、

- E_{roll} : 距離 $\pi R (= \frac{\pi}{2} R_1)$ 転がるために必要なエネルギー

$$E_{\text{roll}} = e_{\text{roll}} \frac{\pi R}{\xi_{\text{crit}}} = 2\pi F_c \xi_{\text{crit}} = 6\pi^2 \gamma R \xi_{\text{crit}} \quad (15)$$

e_{roll} と E_{roll} を E_{break} と比較 Fig.4b

- e_{roll} は粒子サイズに依らずまた E_{break} に比べかなり小さい。 粒子接触を断ち切ることなく回転し始めるのは容易。
- E_{roll} は E_{break} に匹敵 ($\frac{E_{\text{roll}}}{E_{\text{break}}} \sim \frac{\xi_{\text{crit}}}{\delta_c}$ で、 $\xi_{\text{crit}} \approx \delta_c$ だから)。 粒子が接触したまま目に見えて長い距離転がるのは難しい。

球同士の接触 ... 接触面は順次剥がしていけばよい。

もし平らな面で接触していたら ... 接触面を一度に剥がすためによりエネルギーが必要

3つ以上がくっついてるとより回転しにくくなる。

2.2.2 Sliding and twisting

~ Dominik and Tielens (1996) = Paper III ~

[Fig. 2c,d]

端的な考え方は以下のとおり。滑らせる力や擦れのトルクが徐々に加わっていくと...

初めは弾性的に振舞う。(静止摩擦的振る舞い)

↓

力やトルクが閾値(← 原子スケール段差 + 表面原子間相互作用)に達したら、不可逆的に動き出す。

↓

閾値の力やトルクが摩擦力や擦れ抵抗となる。(動摩擦的振る舞い)

滑りについて

接線方向力が十分小さいうちは接触面が十分固着している(滑らない)として、摩擦力 F_x は接線方向変位 δ_x に比例した形で与えられる:

$$F_x = -8aG^*\delta_x \quad (16)$$

つまり、変位に対してバネのように振舞う。 F_x が、次に示す滑り摩擦力 F_{fric} に達すると、今度は摩擦力として F_{fric} が作用する。 F_{fric} は、原子スケールの段差による摩擦力と物質表面の原子間相互作用による「平均的」摩擦力とに基づいて、以下のように与える:

$$F_{\text{fric}} = \frac{Ga^2}{2\pi} + \begin{cases} 0 & (\text{for silicate, graphite, etc...}) \\ \frac{1}{3}F - \frac{\pi a^2}{3}p_{\text{crit}} & (\text{for ice, metal}) \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{where, } p_{\text{crit}} = \frac{2.67}{\pi} \frac{b^3}{\sigma^3} G - \frac{24.72}{\pi} \frac{b^4}{\sigma^5} \gamma \quad (18)$$

ここで、 F は法線方向の力。

$F_x = F_{\text{fric}}$ となるときの変位を δ_x^c とすると、silicate や graphite の場合で

$$\delta_x^c = \frac{2-\nu}{16\pi} a \approx 0.03a \quad (19)$$

変位が δ_x^c を越えると実質的な滑りが生じると考える。その際散逸されるエネルギー (= 滑り始めるのに必要な最低エネルギー) は、

$$e_{\text{slide}} = \frac{1}{2} \delta_x^c F_{\text{fric}} = \frac{1}{16aG^*} F_{\text{fric}}^2 = 4aG^* \delta_x^{c2} \quad (20)$$

また、十分な距離 (πR) 滑るために必要なエネルギーは、

$$E_{\text{slide}} = e_{\text{slide}} \frac{\pi R}{\delta_x^c} = \frac{1}{2} \pi R F_{\text{fric}} = 4\pi R a G^* \delta_x^c \quad (21)$$

$e_{\text{slide}}, E_{\text{slide}}$ と E_{break} の比較 Fig.4c

- $e_{\text{slide}} \simeq E_{\text{break}}$ なので、接触を保ったまま滑り始めるのも難しい。しかも、ice や iron だと、さらに摩擦力が大きくなるため、より滑り始めるのが困難。
- $E_{\text{slide}} \gg E_{\text{break}}$ なので、滑りによるアグリゲイトの構造変化は困難。

擦れについて

擦れのトルクが十分小さいうちは、接触面が十分固着しているとして抵抗モーメント M_z は擦れ角 $\delta_{\alpha z}$ に比例した形で与えられる：

$$M_z = -\frac{16}{3}Ga^3\delta_{\alpha z}. \quad (22)$$

これもやはり擦れに対してバネのように振舞う。 M_z が、次に示す擦れ抵抗モーメント M_z^{slide} に達すると、今度は抵抗モーメントとして M_z^{slide} が作用する。 M_z^{slide} は、原子スケールの段差によるものと物質表面の原子間相互作用によるものに基づいて、以下のよう
に与える：

$$M_z^{\text{slide}} = \frac{Ga^3}{3\pi} + \begin{cases} 0 & \text{(for silicate, graphite, etc...)} \\ \frac{1}{3}F_c a_0 \left(\frac{3}{4}\hat{a}^4 - \hat{a}^{\frac{5}{2}} \right) - \frac{2}{9}\pi a^3 p_{\text{crit}} & \text{(for ice, metal)} \end{cases} \quad (23)$$

$M_z = M_z^{\text{slide}}$ となるとき擦れ角を $\delta_{\alpha z}^c$ とすると、silicate や graphite の場合で

$$\delta_{\alpha z}^c = \frac{1}{16\pi} \simeq 0.02 \simeq 1.1^\circ \quad (24)$$

擦れ角が $\delta_{\alpha z}^c$ を越えると実質的な滑りが生じ、不可逆に擦れだすと考える。その際散逸されるエネルギー（＝擦れ始めるのに必要な最低エネルギー）は

$$e_{\text{twist}} = \frac{1}{2}\delta_{\alpha z}^c M_z^{\text{slide}} = \frac{3}{32Ga^3} M_z^{\text{slide}2} = \frac{8}{3}Ga^3\delta_{\alpha z}^{c2} \quad (25)$$

また、十分な角度 ($\frac{\pi}{2}$) 擦るために必要なエネルギーは、

$$E_{\text{twist}} = \frac{\pi}{2}M_z^{\text{slide}} = \frac{8}{3}\pi Ga^3\delta_{\alpha z}^c \quad (26)$$

$e_{\text{twist}}, E_{\text{twist}}$ と E_{break} の比較 Fig.4d

- E_{twist} は E_{slide} に比べ、一桁程度小さい ($E_{\text{twist}}/E_{\text{slide}} \sim a/R$)。これは、同じ“90°”回転でも、擦れの方が滑る“距離”が小さくて済むから。
- $e_{\text{twist}}, E_{\text{twist}}$ は、 $e_{\text{slide}}, E_{\text{slide}}$ と同様、 $E_{\text{textbreak}}$ と同程度か桁で大きい。したがって、擦れによるアグリゲイトの変形もあまり望めない（滑りよりは容易だが）。

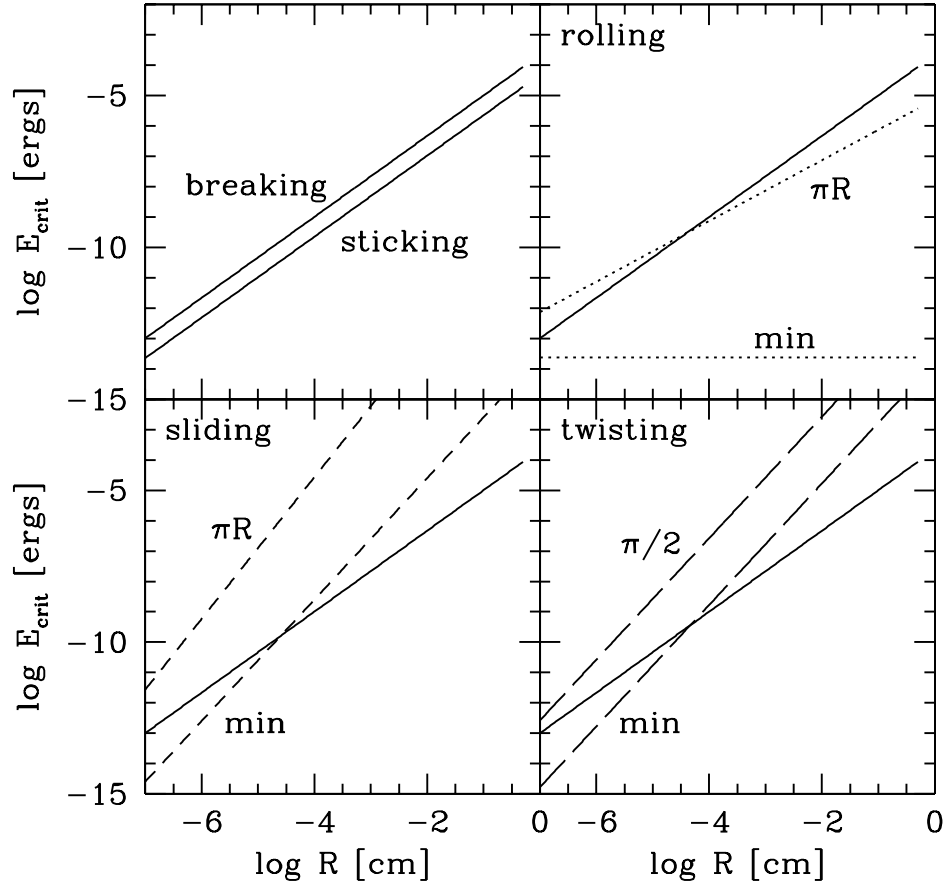


FIG. 4.—Energy required to restructure an aggregate by moving a single contact. Silicate material properties were chosen for this example. The results are plotted as a function of reduced particle radius R . Diagram (a) shows the critical energies for sticking and breaking. Diagrams (b), (c), and (d) show the respective energies for the restructuring processes rolling, sliding, and twisting. The solid line always gives the breakup energy as a reference. The lower broken lines show the minimum energy required to leave the elastic limit and start moving the contact at all. The upper lines show the energy required to move the contact between identical spheres by one-quarter of the particle radius.

MATERIAL PARAMETERS

Material	γ^a (ergs cm ⁻²)	\mathcal{E} (dyn cm ⁻²)	G (dyn cm ⁻²)	ν	ρ (g cm ⁻³)	σ (Å)	b (Å)	References
Quartz	25 ^b	5.4(11)	2.3(11)	0.17	2.6	3.44	1.84	1, 2, 3
Polystyrene	12	3.4(10)	2.1(11)	0.5	1.04	3.00	2.00	2, 4
Graphite	75	1.0(11)	3.8(10)	0.32	2.2	3.40	1.54	3, 5, 6
Iron	3000	2.1(12)	8.3(11)	0.27	7.7	2.24	2.24	2, 3, 7
Ice	370 ^c	7.0(10)	2.8(10)	0.25	1.0	3.36	3.36	2, 3

^a Surface energy per surface.

^b Measured for micron-sized particles.

^c Estimated from H-bonding.

REFERENCES.—(1) Kendall, Alford, & Birchall 1987; (2) Physics Vademecum (Anderson 1981); (3) Israelachvili 1992; (4) Kendall & Padgett 1987; (5) Brocklehurst 1977; (6) Zisman 1963; (7) Easterling & Thölen 1972.

2.3 Energy Domains for the Different Restructuring Processes

各物質 (Quartz, Polystyrene, Graphite, Iron, Ice) で、変形モードのエネルギー領域をプロット ⇒ Fig. 5

- メインは、回転。粒子サイズが大きければ、目に見えて大きく変形できるが、その領域は狭い。
- 粒子サイズが小さければ、擦れ(あるいは滑り)による小さな変形が可能。目に見えて大きな変形はなし。

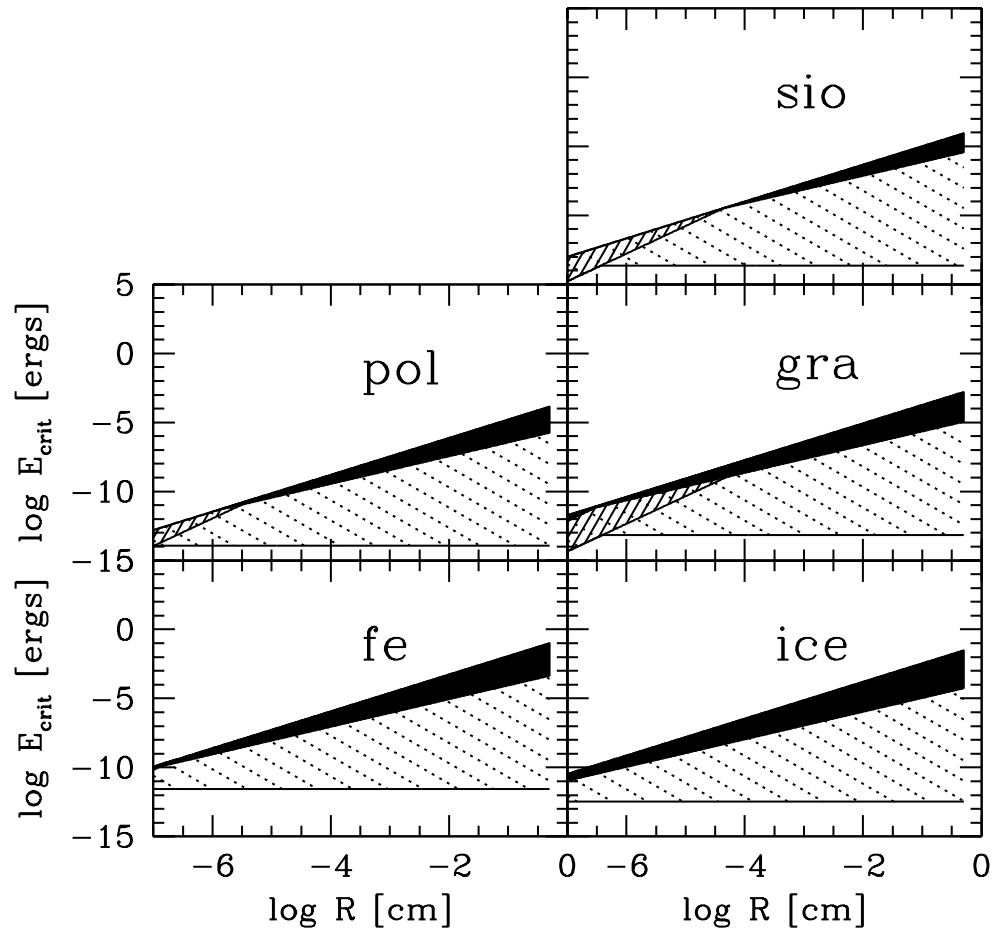


FIG. 5.—Restructuring domains as a function of energy per contact and reduced particle radius for different materials. In the region below the shaded areas, no restructuring can happen. Within the dotted region, rolling is possible. The striped areas mark a region in which sliding and/or twisting become possible. The solid regions mark energies high enough to produce large amounts of rolling (one-quarter of the circumference of the grains). Above the shaded regions, energies are sufficient to break the contact.

3 Collisions of grains and aggregates

粒子間相互作用を考慮して、一つ一つの粒子の運動を解く。

3.1 Numerical Model

- 2次元（ただし粒子は球）。運動の自由度：並進 2 + 回転 1
- 粒子間相互作用は、擦れを除いてすべて考慮（法線 1 + 回転 1 + 滑り 1）
- ダスタグリゲイトは、一般的に一次元鎖的に繋がっている。→ 2次元計算で良い。ただし、フラクタル性はなし。
- 運動方程式（並進と回転）を解いて各粒子の並進運動と回転運動を求める。
- 接触点における接線方向変位 δ_x と転がり相対変位 ξ も求め、滑り摩擦と回転抵抗を与える。
- クラスタ初期条件：BPCA. 形成後 “numerically cooled” → 接触粒子間の振動なくす。
- フリーパラメーター：粒子の物性、サイズ、衝突速度、初期クラスタの構造。
- 物性：Quartz, Polystyrene, Graphite, Iron, Ice
- サイズ (半径)：100Å - 1000Å (=0.1μm)
- 構造：Cluster(40 個) - Small Monomer, Cluster - Large Monomer, Cluster - Cluster, Cluster with size distribution - Monomer, Core-Mantle Cluster - Monomer
- 衝突速度：10 cm/s - 1 km/s

3.2 Monomer-Monomer Collisions

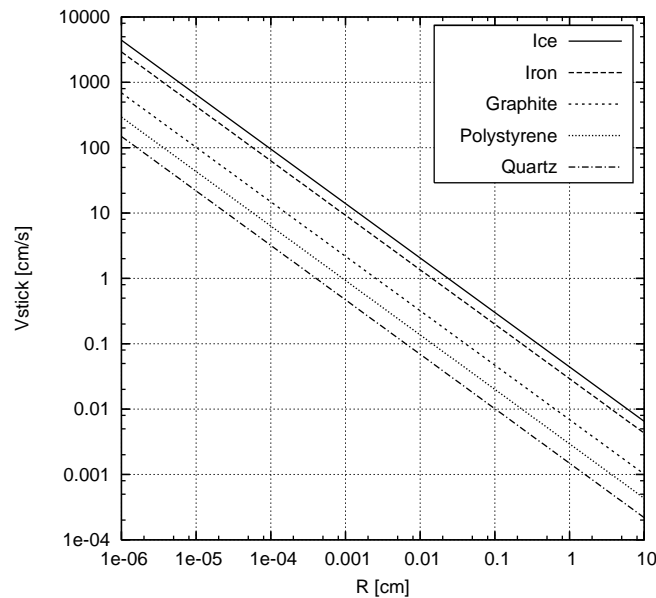
Vertical collision を考えると（転がりや滑りはマイナー）、衝突付着するエネルギーの最大値は式 (6):

$$\begin{aligned} E_{\text{stick}} &= 0.4(\text{ or } 0.4 + 0.09 ?) \times F_c \delta_c \\ &= 0.4 \times 24.07 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{\frac{2}{3}}} = 9.6 \frac{\gamma^{\frac{5}{3}} R^{\frac{4}{3}}}{E^{\frac{2}{3}}} = 9.6 \left(\frac{\gamma}{E^* R} \right)^{\frac{5}{3}} E^* R^3 \end{aligned}$$

付着できる衝突速度の最大値は式 (9):

$$\begin{aligned} v_{\text{stick}} &= \sqrt{\frac{2}{\mu} E_{\text{stick}}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{m_1/2} \times 0.4 F_c \delta_c} = 1.07 \frac{\gamma^{\frac{5}{6}}}{E^{\frac{1}{3}} R^{\frac{5}{6}} \rho^{\frac{1}{2}}} = 1.07 \left(\frac{\gamma}{E^* R} \right)^{\frac{5}{6}} \sqrt{\frac{E^*}{\rho}} \quad (\leftarrow \text{同一球として。}\rho \text{ は密度。}) \end{aligned}$$

各物質について v_{stick} を粒子サイズ R に対してプロットしたものが下図。斜め衝突だと衝突速度の法線成分は小さくなるが、付着できるエネルギー限界は平均して2倍ほど大きくなるだけ。



3.3 Monomer-Aggregate Collisions

- Does the grain stick to the aggregate at a given collision velocity?
- Will this collision initiate some restructuring of the aggregate?
- Is the collision energy high enough to “sputter” some of the aggregated grains from the aggregate, or will the aggregate be destroyed entirely?

3.3.1 Detailed Time Sequences of Collisions

[Fig. 6] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、衝突速度 $2,000\text{ cm/s}$ で 1 粒子を衝突。

- 衝突エネルギー $E_{\text{coll}} = \frac{1}{2}mv_{\text{coll}}^2 \approx 1.7 \times 10^{-8}\text{ erg} > E_{\text{stick}}$ にも関わらず、付着。
→ アグリゲイト全体にエネルギーが拡散・散逸したため。
アグリゲイトであれば、付着が促進される。

[Fig.7] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、衝突速度 $20,000\text{ cm/s}$ で 1 粒子を衝突。

- $E_{\text{coll}} = 1.7 \times 10^{-6}$ ($\approx 100 \times E_{\text{break}}$) アグリゲイト粒子の大部分は分離。

3.3.2 Final Results of Collisions at Different Velocities

衝突速度を 50cm/s ~ 1km/s まで変えた結果。2 コマ目は顕著に変形しないぎりぎりの衝突速度の場合。

(50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10,000, 20,000, 50,000, 100,000 cm/s)

[Fig.8] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子を衝突。

- < 500cm/s ... 変形なし。 $E_{coll} = 1.04 \times 10^{-9}$ erg (\Rightarrow “visible rolling” 領域)
 - < 5000cm/s ... 衝突点近傍が変形。
 - 5000cm/s ... 幾つかの接触点が生ずる。 $E_{coll} = 10^{-7}$ erg $\simeq 10 \times E_{break}$
 - 10,000cm/s ... 2 つの大きな塊 + 細かいもの少々。分離接触点数=6
 - 20,000cm/s ... ばらばら。分離接触点数=20
- ・ 衝突速度の違いによる変形・分離の傾向は他のケースでも同じ (Fig.9 や 10)
・ 分離接触点数は衝突エネルギーでスケールされるように見える。

3.3.3 Effects of Grain Size and Material Properties

物性による違い。Silicate のほうが Ice に比べてくっつきにくく、転がり変形領域も狭いの
で、同じ現象 (変形・分離) がより小さい衝突速度で見られるはず。

[Fig.9] cluster (silicate, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子を衝突。

- 50cm/s ... 変形なし。 $E_{coll} = E_{break}$
- 100cm/s ... 接触点が生ずる。 $E_{coll} \simeq 10 \times E_{break}$ で一つの粒子が剥がれる。
- 500cm/s ... 大きな塊に分離。
- 1000cm/s ... ばらばら。分離接触点数 \propto 衝突エネルギー。

粒子サイズが小さくなると ($0.1\mu\text{m} \rightarrow 0.01\mu\text{m}$)

2 球の場合の衝突速度閾値は $R^{-\frac{5}{6}}$ に比例するので、アグリゲイトの場合も、
衝突速度閾値は $R^{-\frac{5}{6}}$ に比例すると予想される。

同じ現象 (変形・分離) を引き起こす衝突速度が $0.1^{-\frac{5}{6}} \simeq 6$ 倍になると予想される。

[Fig.10] cluster (Ice, 半径 $0.01\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子を衝突。

- 5000cm/s ... 変形開始。 (\longleftrightarrow 1000cm/s for $0.1\mu\text{m}$)
 - > 100,000cm/s ... ばらばら。 (\longleftrightarrow 10,000cm/s for $0.1\mu\text{m}$)
- ・ おおよそ、(回転変形のエネルギーなど無視しているにも拘らず) 予想に合致。
・ やはり、分接触点数 \propto 衝突エネルギー。

3.3.4 The effects of a Distribution in Grain Sizes

サイズ分布がある（様々な大きさの粒子で構成された cluster）場合...

cluster へのエネルギーの拡散に時間がかかる。

弱い接触点で分離する。

[Fig.11] cluster (Ice, 半径 $0.05 \sim 0.2\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子 (半径 $0.1\mu\text{m}$) を衝突。
最初に $0.2\mu\text{m}$ の粒子に衝突

- 1000 cm/s ... impactor 付着。変形せず。
- > 1000 cm/s ... impactor 跳ね返る = impactor が衝突エネルギーの 1 部を持ち去る。
cluster に与えられる衝突エネルギーの割合は完全衝突の場合、

$$\varepsilon(m_1, m_2) = 4 \frac{m_1/m_2}{(1 + m_1/m_2)^2} = 4 \frac{8}{(1 + 8)^2} = 0.4 \quad (27)$$

- 5000 cm/s ... 衝突点近傍で変形開始。
 - 10,000 cm/s ... 塊分離。
 - 20,000 cm/s ... 小塊へ分離。
 - 100,000 cm/s ... ばらばら。
- ・分離は大きい粒子を繋ぐ小さい粒子のところで起き易い。
・サイズ分布なしの場合に比べ、 ε 分だけ大きな衝突速度が必要。

3.3.5 Impact on a Large Grain that Has Small Grains Attached to Its Surface

一つの大粒子（コア粒子）に小粒子がへばりついているところに、衝突。

[Fig.12] cluster (Ice, コア粒子半径 $0.1\mu\text{m}$ 、マントル粒子半径 $0.01\mu\text{m}$) に、1 粒子 (半径 $0.02\mu\text{m}$) を衝突。

- > 5000cm/s ... コア粒子表面まで「貫入」。衝突点近傍のみばらばら。

\therefore cluster へのエネルギー分配率： $\varepsilon(125, 1) \approx 3\%$

- ・大きなコア粒子の cluster は、同径粒子で構成された cluster (Fig.10) に比べ、壊れにくい。

3.4 Aggregate-Large Grain Collisions

大きな粒子が cluster に衝突する場合。

衝突粒子はエネルギーを失いにくく、長時間に渡って運動方向に偏向した力が cluster にかかる。（同径粒子同士の衝突なら衝突直後（衝突のタイムスケール： 10^{-9}s for $r = 0.1\mu\text{m}$ ）にエネルギーが受け渡される）

[Fig.13] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子 (半径 $0.2\mu\text{m}$) を衝突。

[Fig.14] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$ 、40 個) に、1 粒子 (半径 $1\mu\text{m}$) を衝突。

- ・変形・分離がおこる衝突エネルギーは、同径粒子が衝突するときと同じ（ \therefore 速度小）。
- ・衝突粒子が貫入し、cluster が大きく変形・よりコンパクトに。

3.5 Aggregate-Aggregate Collisions

クラスター同士の衝突。

大きな粒子が cluster に衝突する場合とよく似た感じ。

両方のクラスターがコンパクトになる。

[Fig.15] cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$, 40 個) to cluster (Ice, 半径 $0.1\mu\text{m}$, 40 個)

- 100 cm/s ... 衝突点近傍が変形開始。
- 1000 cm/s ... よりコンパクトなアグリゲイトになる。2 点接触で回転による変形ス
トップ
- 5000 cm/s ... 一部が分離。
- 10,000 cm/s ... ばらばら。

3.6 Distribution of the Impact Energy

Ice cluster 同士の衝突 (Fig.15) における衝突エネルギーの分配 : [Fig.16]

- $v_{coll} < 1000$ cm/s ... エネルギーのほとんどは転がりによって散逸 (一部は接触
点での振動 (運動) エネルギーに)
- $v_{coll} \approx 2000$ cm/s ... 接触点分離開始。 → 分離によるエネルギー散逸は 30% に
まで。

また、滑りによるエネルギー散逸も開始 30% にまで。(滑りによる変位は小
さいが、摩擦力が大きい。)

接触点が生じたところに滑りだすのは、2 球接触のエネルギーの議論 (2.2 節)
と調和的。

- $v_{coll} > 5000$ cm/s ... ばらばらになる。飛び散る粒子の運動エネルギーへ。

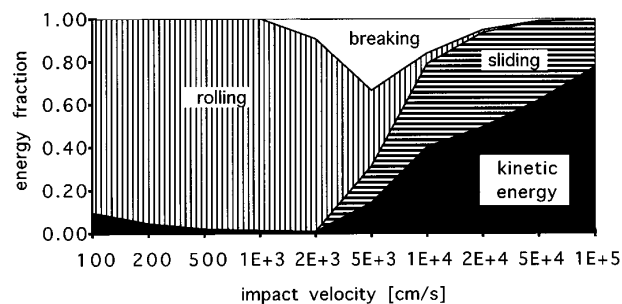


FIG. 16.—Distribution of the available energy in the collisions of two icy clusters (see Fig. 15). The plot shows the fraction of the total available energy (collision energy + binding energy of newly formed contacts) that is left behind as kinetic energy of the fragments or dissipated by rolling, sliding, and breaking of contacts, respectively. The kinetic energy includes both linear motion and rotation.

4 Discussion

変形・分離の基本過程分類：

1. Sticking without restructuring
2. First “visible” restructuring
3. Loss of one monomer
4. Maximum compression
5. Catastrophic disruption

衝突計算設定の分類：

- Cluster — Small Monomer ... like [Fig.8] $R_{cl} = 0.1, 0.01\mu\text{m}, R_{imp} = 1 \sim 0.1R_{cl}$
- Cluster — Large Monomer ... like [Fig.14] $R_{cl} = 0.1, 0.01\mu\text{m}, R_{imp} = R_{cl} \sim 100\mu\text{m}$
- Cluster — Cluster ... like [Fig.15] $R_{cl} = 0.1, 0.01\mu\text{m}$
- Cluster with varying grain sizes — Monomer ... like [Fig.11] ice only
- Core-Mantle Cluster — Monomer ... like [Fig.12]

[Fig.17] — 結果のまとめ。エネルギーで分類されそう。分類に使用する特徴的エネルギーの定義は以下のとおり。

インパクトと、最初に当たった粒子との相互作用のみを考えると、

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{m_1 M_2}{m_1 + M_2} v_{coll}^2$$

全体で考えるときは、インパクトが跳ね返るかどうかで分けて

$$E_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v_{coll}^2 & (M_2 \geq m_1) \\ \frac{1}{2} \varepsilon \frac{m_1}{m_2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v_{coll}^2 & (M_2 < m_1) \end{cases}$$

M : cluster または grain 全体の質量。

m : 構成粒子 1 つの質量 (もちろん Monomer なら $M = m$)。

添え字の 1 : ターゲット。 2 : インパクト。

ε は前述したとおり、インパクトが小さくて跳ね返った場合に (完全弾性衝突を仮定して) ターゲットクラスターに分配されるエネルギーの割合。

また、全接点数 : n_c

以下、詳細に見ていく。

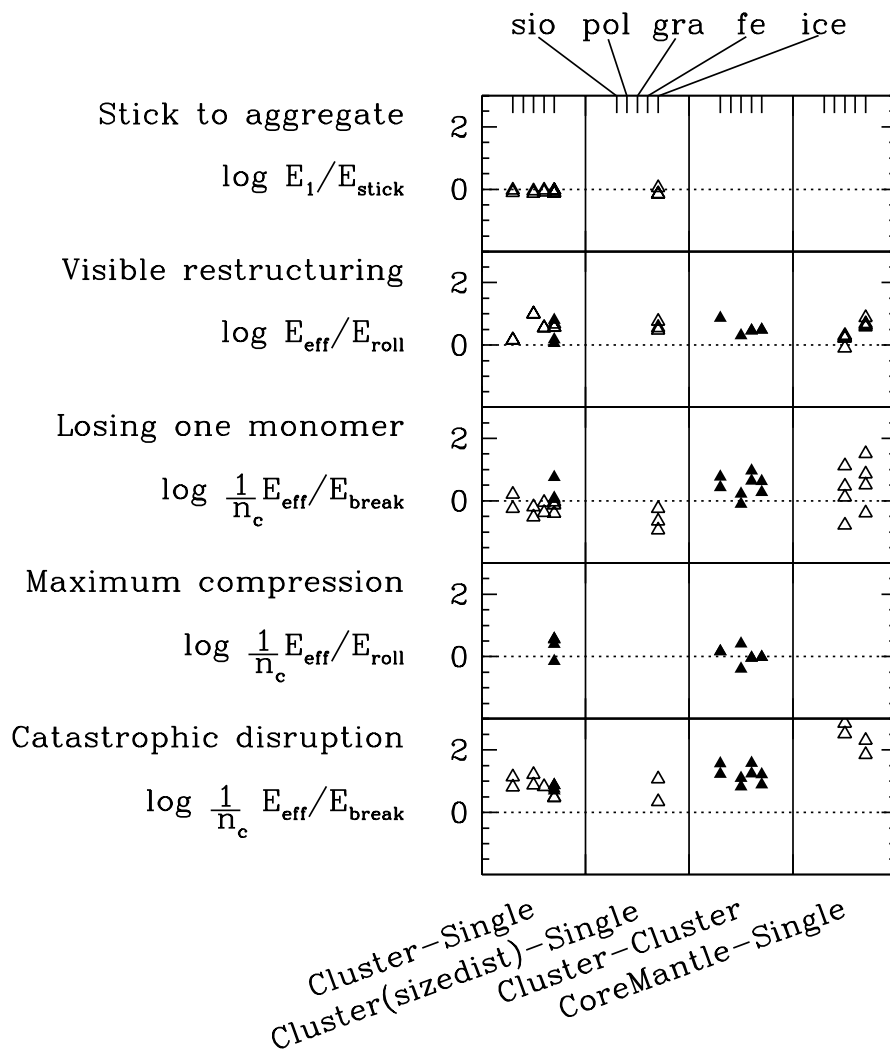


FIG. 17.—Collected results from over 300 grain/aggregate collision models. From left to right, the results are ordered by the collision category. Within each category, the horizontal offset of a point indicates a material (see labels on top of the figure). The rows of the figure indicate different characteristic processes, such as sticking of a single grain to an aggregate, start of restructuring, etc. See text for more details. The plot shows the effective impact energy (see text for definition) in relation to the critical energy for the respective process. The nice horizontal line-up of the data points indicates that the different processes are well described by the introduction of critical energies for each process.

4.1 Sticking without Restructuring

(impactor が当たった粒子より大きいと跳ね返るだけに終わるので、それは考慮外)
impactor とそれが衝突した粒子のみの相互作用を考えればよい。

⇒ E_1 と E_{stick} の比較。結果として

$$E_1 \lesssim E_{stick}$$

のとき “Sticking without Restructuring”。

斜め衝突を考えれば、 E_1 は 2 倍程度大きくても良いかも。

4.2 Onset of Visible Restructuring

衝突点付近が見てわかる程度に変形を開始するときの衝突エネルギーは…。

⇒ E_{eff} と E_{roll} の比較。結果として

$$E_{eff} = 2 - 10 \times E_{roll}$$

のとき変形開始。エネルギーは cluster 全体に拡散するため、 E_{roll} より大きくてよい。
ファクターの違いは、計算設定や物性の違いによる。

4.3 Loss of One Monomer

エネルギーが全体に拡散することを考えれば、接触点数 n_c を考慮して、 E_{eff} と $n_c E_{break}$ の比較。結果として 1 粒子が離れるのは、

- single small grain の衝突の場合

$$E_{eff} \sim 0.3 \times n_c E_{break}$$

平均すればどの接触点も E_{break} 以下のエネルギーしか得られないが、統計的揺らぎによるエネルギー集中によって、分離できる接触点が存在。

- cluster or big grain の衝突の場合

$$E_{eff} = 1...3 \times n_c E_{break}$$

この場合には、大きくコンパクションが生じており、エネルギー散逸量が大きいため、1 粒子が剥がれるのに多くのエネルギーが必要となる。

- core-mantle cluster への衝突の場合

$$E_{eff} = 0.1...100 \times n_c E_{break}$$

数桁も変化する。これは 1 粒子を剥がす過程が、直接剥がす (エネルギー小で済む) か、コア大粒子を加速して剥がす (大きなエネルギー必要) かによっているため。

4.4 Maximum Compression

かなりコンパクトになれるのは big grain の衝突か、cluster 同士の衝突。このとき、結果として、最もコンパクトになる条件は

$$E_{\text{eff}} = n_c E_{\text{roll}}$$

4.5 Catastrophic Disruption

Catastrophic disruption の定義：アグリゲイト中の半数以上の接触点が生離。

(幾つかの大きな塊に分かれることではない)

結果として、catastrophic disruption になるのは、

$$E_{\text{eff}} \simeq 10 \times n_c E_{\text{break}}$$

(core-mantle の場合には、やはりコア大粒子を加速する必要があるので、極端に大きなエネルギーが必要となる。)

4.6 Cluster Size Scaling of the Critical Processes

cluster size、即ち、構成粒子数 (n_c) の依存性は？ 本論分では検証できないけど...

- 小粒子の付着、衝突点近傍に限った変形 ... n_c によらないだろう。
- Maximum compression ... 各接触点にそれなりのエネルギー必要
エネルギーは n_c に比例するだろう。
- 「Loss of One Monomer」 or 「Catastrophic disruption」 ... 全体にエネルギーが行き渡り、エネルギーが再分配されてから分離が生じる。
like an “evaporation process”
数値計算の結果は、 n_c に比例する $\Leftarrow 10^4$ 個以上への適用には推奨しない。

さらに、衝突速度の適用限界=弾性限界。物質の音速 (数 km/s) 以上の衝突では衝撃波が生じ、亀裂や蒸発が起こる可能性がある。

4.7 A Recipe for Calculating Grain Coagulation

[Table 3] & [Fig. 18]

Fig.18 で、small ($< 10^{-5}$ cm) silicate grains : エネルギー (maximum compression > Loose one.) 最大圧縮時には分離している。

TABLE 3
RULES FOR CLUSTER COLLISIONS WITH RESTRUCTURING

ENERGY	OUTCOME OF COLLISION	
	Small Grain → Cluster	Big Grain/Cluster → Cluster
$E_1 < E_{\text{stick}}$	Impacting small grain sticks to cluster	
$E_1 > E_{\text{stick}}$	Impacting small grain bounces off	
$E_{\text{eff}} < 5E_{\text{roll}}$	Sticking or bouncing off without visible restructuring of aggregate	Sticking without visible restructuring
$E_{\text{eff}} > 5E_{\text{roll}}$	Onset of visible restructuring local to the impact area	
$E_{\text{eff}} > 0.3n_c E_{\text{break}}$	Start losing monomers	
$E_{\text{eff}} > 3n_c E_{\text{break}}$		Start losing monomers
$E_{\text{eff}} \approx 1n_c E_{\text{roll}}$		Maximum compression
$E_{\text{eff}} > 10n_c E_{\text{break}}$	Catastrophic disruption	

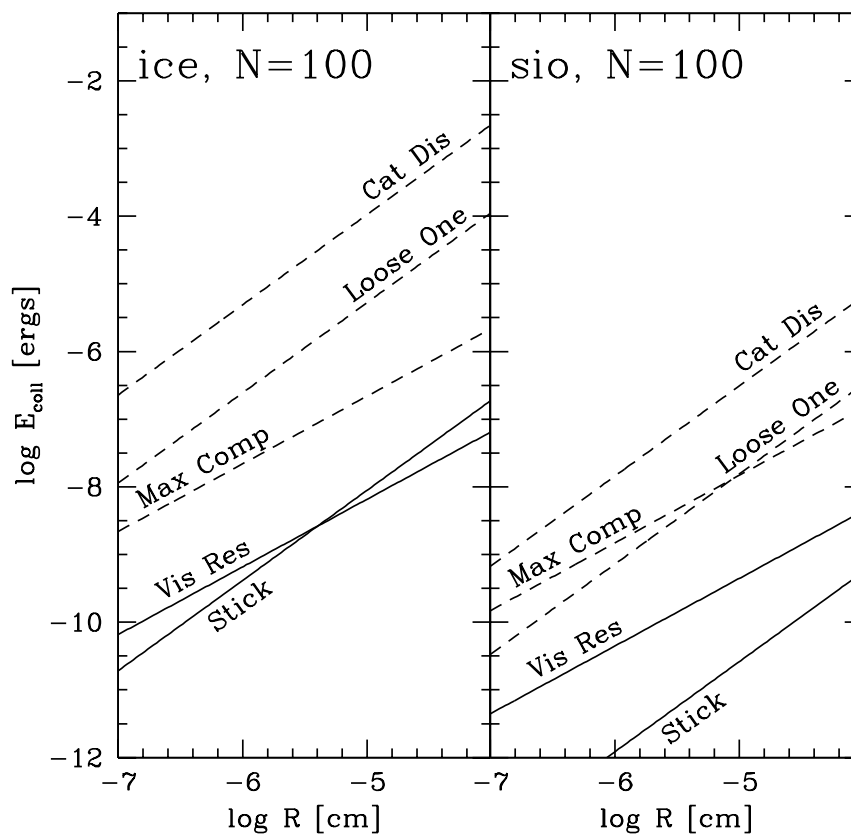


FIG. 18.—Critical energies for a collision involving 100 icy or silicate grains as a function of reduced radius typical for the individual contacts in the aggregate(s). The meaning of the different lines is discussed in the text. The dashed lines scale in energy with the number of involved contacts (\approx number of grains) while the solid lines are independent of this (see, however, § 4.6). Note that the curve labeled Stick applies only to a collision of a *small grain* (for definition, see text) with an aggregate. The curve labeled Max Comp applies only to a collision of an aggregate with a *big grain* or aggregate (for definition see, text).

4.8 The Structure of Aggregates in Space

大きくなると...

- solid sphere だと、付着 etc... する衝突速度は小さくなる。
- ただし、すかすかアグリゲイトだと、ずっと大きな衝突速度でも可能。

星間雲中のアグリゲイト構造への示唆 [Fig.19]

サイズ分布 (MRN size distribution: Mathis, Rumpl, Nordsieck 1977) をもつ粒子を1つずつくっつけていく。

- Fig.19 左：衝突速度は“very small”. → BPCA 構造。2次元空隙率=66%
- Fig.19 右：衝突速度は“turbulent velocity”³. → かなりコンパクト。53% コンパクションは、主に大きな粒子が衝突したときに起こる。
- 現実には、この2つの間の構造になるだろう。
- BCCA のようなすかすかな構造や、バルク密度まで詰まった構造は、なしだろう。

5 Conclusions

- 2球接触の理論的解析
 - ダストアグリゲイトの変形 (restructuring) は、転がりによる。
- 2次元ダストアグリゲイトの衝突数値計算 レシピ [Table 3]
 1. sticking of impacting single grains to an aggregate is improved relative to monomer-monomer collisions, since some of the impact energy can be transferred into internal degrees of freedom of the aggregate.
 2. The impact of a small single grain onto an aggregate produces only little restructuring (very local to the impact point) as long as the impacting grain is of the same size as or smaller than the average grain in the aggregate.
 3. In high-velocity impacts of such small grains, the aggregate breaks into several fragments or is destroyed entirely, depending on the impact energy.
 4. When an aggregate collides with a grain much larger than the average grains in the aggregate, restructuring can be efficient, and a compact aggregate can be produced in the collision.
 5. When two similar aggregates collide, compaction can also be efficient.

³Draine(1985)に基づいて衝突速度を計算。パラメーターとして、最大ガス速度 $v_{g,max} = 5 \times 10^4$ cm/s, 長さスケール $l_{max} = 10^{18}$ cm, ガス数密度 $\rho_g = 10^4$ /cm³, ガス温度 $T = 20$ K