

DEM に基づいたラブルパイル小惑星の 振動モード解析と衝突破壊への応用

○中条 俊大（東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻）
森 治（ISAS/JAXA），川口 淳一郎（ISAS/JAXA）

ラブルパイル小惑星の振動，破壊のダイナミクスは，小惑星の形成過程を知る上で非常に重要である．また将来的な探査ミッションにおいても，インパクターと地震計を用いて内部構造を知る手がかりを得たり，破壊を伴う試料採取を行ったりする場合，そのミッションの組み立てのために，基本的なダイナミクスの解明が求められる．近年よく用いられている粒子群の挙動解析手法の一つとして，Discrete Element Method (DEM) が挙げられる．これは粉体や岩石を球形の粒子としてモデル化し，その物性から決まる接触力を計算することで，その複雑な挙動を適切に模擬することができるものである．

一方で，DEM を用いたシミュレーションは，通常はモデルに対して様々な初期条件を与えて計算を行い，その結果をもとに解析を行うパラメトリックスタディに終しがちである．個々のモデルや条件に対しては数値的に理解が得られるが，ラブルパイル小惑星（をはじめとする粒子群）全体のダイナミクスを包括的，システムティックに理解することはできず，そうした研究例もこれまでにはない．

そこで本研究では，包括的理解を目指す一環として，まず振動解析手法を提案する．DEM で用いられている方程式を整理し，固有振動モード解析に必要な各要素を解析的に導出する．また，そこから解析的に分かるスケーリング則についてもまとめ，

さらに破壊現象への応用について論じる．

ここでは，粒子間相互作用として，一般的に DEM で用いられている Hertz 則や Mindlin の理論に基づいた接触力に加え，全ての粒子間に万有引力を考慮する．これらがつり合って，粒子群がある形状を保っているつり合い状態を考える．この状態を基準に，全ての粒子間相互作用を線形化すると，万有引力で結合した粒子群としての剛性を定義することができる．さらに，体積充填率や結合の仕方が同じであれば，その剛性は構成する粒子のサイズによらずに一定であることが導かれる．したがって，粒子群全体があるつり合い状態から微小範囲内で運動する限りは，構成粒子のサイズは影響しない．こうして粒子サイズによらない剛性マトリクスの定式化がなされ，粒子群に対する固有振動モードを計算することができるようになる．例として，イトカワの外形をなす粒子群の再低次の固有振動モードを図 1 に示す（コンターは粒子ごとの振幅の大きさを表す）．

粒子群が自転をしている場合も，粒子群固定座標系で考えると，遠心力も同様に線形化して剛性マトリクスに足し合わせれば良い．具体的に計算を行うと，自転速度の増加に伴って，剛性が小さくなり，固有振動数が減少していく様子が見られる．

剛性マトリクスの定式化において，ラブルパイル小惑星全体の大きさ（これをスケールと考える）に対して，質量マトリクス，

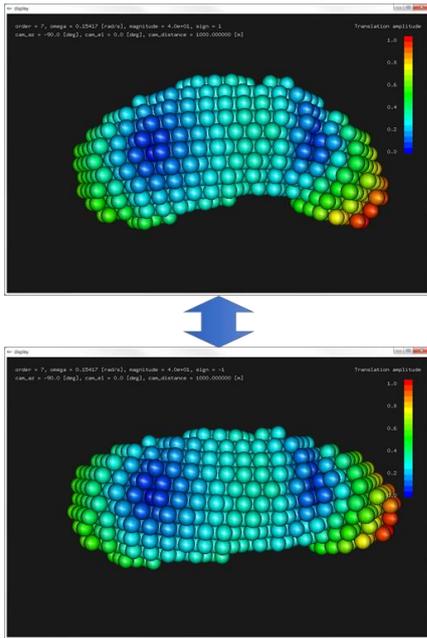


図 1. イトカワの外形をなす粒子群の最低次の固有振動モード。

剛性マトリクス，固有振動モード，固有振動数がどう変化するかを解析的に求めることができる．その結果，固有振動数はスケールの $-2/3$ 乗に比例することが分かった．すなわち，ラブルパイル小惑星の大きさが（相似拡大で）2倍，3倍と大きくなると，その固有振動数は $2^{-2/3}$ 倍， $3^{-2/3}$ 倍と小さくなっていく．

実際には，ラブルパイル小惑星において振動が起こるエネルギーレベルは限られている．例えば，非常に大きなエネルギーが外部から与えられると，振動せずに破壊されてしまう．固有振動モードの形状にしたがって振幅を少しずつ大きくしていくと，つり合い状態とは異なる組み合わせの接触が起きるか，接触が切られる粒子が現れる．この点を堺に挙動が大きく変わるため，これを振動の限界点とすると，そのときの振動エネルギーが，線形振動が起こる限界エネルギーであると考えられる．例えば図1の固有振動モードに対しては，限界エネルギーの値は 0.14J であり，

これ以上のエネルギーを与えると線形振動にはならない．この例では非常に小さな値だが，この限界エネルギーに対してもスケーリング則が導出され，スケールの $19/3$ 乗に比例することが分かる．つまり，ラブルパイル小惑星のサイズが大きくなると，振動の限界エネルギーは著しく大きくなり，その観測もしやすくなるといえる．

固有振動モードを用いると，ある初期条件に対する粒子群の挙動を時間の関数として書き下すことができる．破壊ダイナミクスを考えると，例えばラブルパイル小惑星にあるプロジェクタイトルが衝突し，破壊され始めるプロセスにおいて，短い時間であれば，衝突点の近傍に関しては，固有振動モードを用いた書き下しで近似的に表現して良い．これを利用すると，衝突し始めの任意の状態を実現する最適な初期条件を逆に求めることも可能になる．例えば，特定の領域のひずみエネルギーのピーク値を最大化するための最適な初期条件が求められる．特定の領域を効率良く破壊するためには，どこにどのような角度で初速度を与えればよいか，という問題である．惑星保護の分野での応用が考えられる．

今後の課題の一つとして，破壊ダイナミクスへのさらなる考察が挙げられる．固有振動モードでシステマティックに破壊を表現できるとき，あるラブルパイル小惑星に対して，例えば破壊しやすい領域を簡単に求めることができると考えられる．小惑星破壊を伴うミッション（惑星保護，試料採取）への貢献を見据え，理論応用を体系立てようと考えている．