

# Tillotson 状態方程式を導入したゴドノフ SPH 法での衝突シミュレーション

○杉浦圭祐、犬塚修一郎

名古屋大学大学院 理論宇宙物理学研究室

## 1. はじめに

天体同士の高速衝突による破壊や合体は惑星系の形成の際に非常に重要な役割を果たす。よって衝突により天体がいくつもの小さな欠片に破壊されて元に戻らなくなる臨界衝突の運動エネルギーを決定することは、衝突破壊による惑星系形成のモデルの構築や天体の質量分布の見積もりの為に必須である。しかしながら惑星系に存在する天体のサイズは  $\mu\text{m}$  サイズから  $10000\text{km}$  サイズまで非常に幅がある上に、衝突の速度も  $\text{km/s}$  程に及ぶ。一方実験室での直接の衝突実験により調べられるのは非常に狭い範囲に限られており、破壊プロセスの詳細を解明できる理論はまだない。

[1]では Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH)法と呼ばれる流体の数値シミュレーション法を用い、Tillotson の状態方程式(e.g. [2])などと共に天体衝突の数値シミュレーションを行い、臨界衝突の運動エネルギーのサイズ依存性を調べた。しかしながら[1]で用いられた標準 SPH 法は不連続面での精度が悪くなるなどの欠点が存在するため、解析に誤差を与えることが懸念されている。

このような標準 SPH 法の欠点を改良する方法としてゴドノフ SPH 法[3]があるが、ゴドノフ SPH 法では衝撃波管問題の解を用いており、非理想気体の場合その解析解を求めるのは非常に困難である。そこで我々は Tillotson の状態方程式など非理想気体にも適用できるようにゴドノフ SPH 法を発展させ、その妥当性を検証した。

また Tillotson の状態方程式のような固体を模擬する状態方程式には圧力が負の領域があるが、SPH 法では特に負の圧力領域で粒子同士がくっつきあってしまい正しく計算できないという Tensile instability という問題があることが知られている[4]。[5]ではこの問題を人工圧力項を導入することで解決したが、我々はより自然な解決策がないか模索し、いくつかの解決策を見いだした。

## 2. Tillotson 状態方程式入りゴドノフ SPH 法

前述したようにゴドノフ SPH 法を非理想気体に適用する際最も困難な点は、衝撃波管問題を比理想気体の場合に解析的に解くという点である。我々はこれを近似的に解き、その解を用いるという方法をとった。比理想気体の場合についても比熱比  $\gamma$  の様なものを定義することは可能で、我々はこれを  $\gamma(\rho, u) = d \ln P / d \ln \rho$  と定義した。ただしこの微分は断熱過程のもとでの微分である。このように定義した上で、 $i$  粒子と  $j$  粒子の間の衝撃波管問題の解に、比熱比が  $\gamma = (\gamma_i + \gamma_j) / 2$  であるような理想気体の衝撃波管問題の解析解を用いるという近似を行った。

図 1 は Tillotson の状態方程式を用いた衝撃波管問題を数値シミュレーションで計算した結果で、縦軸が圧力、横軸が位置で、赤線が標準 SPH 法のもので緑線が今回開発したゴドノフ SPH 法のものであ

る。図1を見ると今回我々が開発したゴドノフSPH法の結果と標準SPH法の結果に矛盾がないことが分かる。さらに標準SPH法では中央の接触不連続面で本来あるべきではない圧力の飛びがあるが、我々の開発した方法では改良されていることが分かる。

### 3. Tensile instability の防止法の案

Tensile instability を防止するための案として、今回2つの案を提案した。

1つはSPH法で用いる運動方程式に圧力があらわに現れない代わりに音速と密度のみを用いて定式化する方法である。この方法なら確かに圧力が負でも正しく計算することができたが、代わりに圧力が負であっても常に反発力となるため自由表面で正しく計算できないなどの問題点があることが分かった。

2つめの方法は、ゴドノフSPH法の運動方程式を導出する途中の、空間積分が必要な運動方程式を用い、空間積分を数値的に用いる方法である。この空間積分が必要な運動方程式はもとのオイラーの運動方程式とほぼ同じであるので、数値的に厳密に空間積分を行えばTensile instabilityなどの不安定を起すことなく計算することができる。ただし加速度を計算するために各粒子の組に対し数値的な空間積分が要求されるため、現実の計算では用いることはできない。従って今後の課題として、近似されたより軽い計算でこの問題を解決できる方法を見いだすことが必要である。

#### 参考文献

- [1] W. Benz and E. Asphaug, Icarus 142, 5-20 (1999)
- [2] J. H. Tillotson Rep. GA-3216, July 18, Gen. At., San Diego (1962)
- [3] S. Inutsuka, JCP 179, 238-267 (2002)
- [4] J. W. Swegle et al., JCP 116, 123-134 (1995)
- [5] J. J. Monaghan, JCP 159, 290-311 (2000)

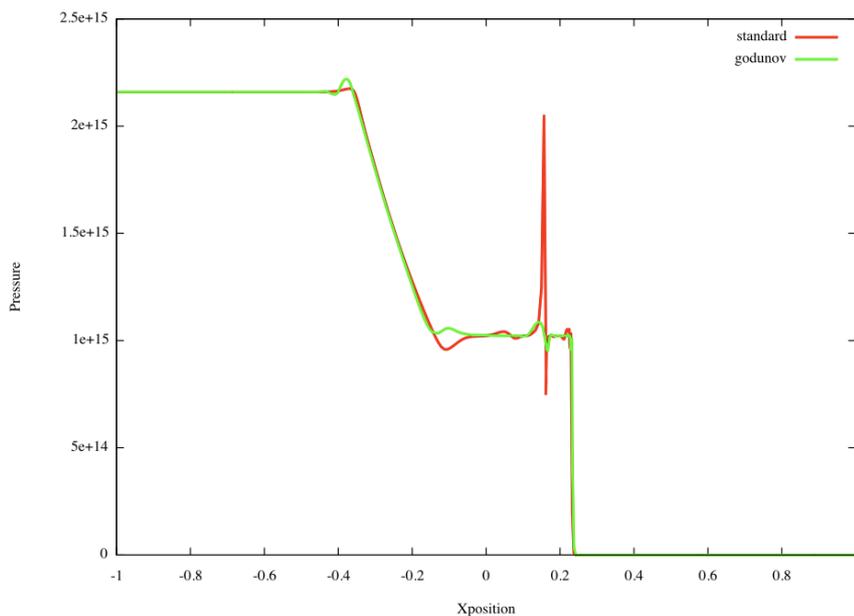


図1 Tillotson の状態方程式を用いた衝撃波管問題を数値計算した結果。縦軸は圧力、赤線は標準SPH法の結果、緑線は今回我々が開発したゴドノフSPH法の結果である。